

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕРЕЛЕЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ГИБРИДНЫХ СХЕМАХ

В теории и практике автоматического управления и вычислительной техники широко применяются электрические цепи с переменной структурой и релейные схемы с нерелейными элементами. В качестве последних часто используются сопротивления, конденсаторы, индуктивности, источники тока и напряжения. При наличии большого числа элементов возникают трудности описания структуры такой гибридной схемы и определения нерелейных параметров.

В работе предлагается метод описания гибридных схем и определения нерелейных параметров, основанный на использовании логических значений (0,1) в смешанных логико-арифметических выражениях. Основные свойства получающейся дискретно-непрерывной гибридной алгебры рассматриваются на примерах релейных схем с активными сопротивлениями. Показана пригодность метода для других сопротивлений, источников напряжения и тока.

Описание схемы с сопротивлениями рассмотрено одним из основоположников теории релейных устройств (ТРУ) В. И. Шестаковым [1, 2]. Однако он перешел к вырожденным схемам со значениями сопротивлений, равными нулю и бесконечности, соответствующими замкнутым и разомкнутым состояниям контактов. Схемы с нетривиальными величинами сопротивления им не рассмотрены. В работах [3, 4] описан учет сопротивлений, но не ставится вопрос определения их величины. Один пример такого определения приведен в [5].

При последовательном соединении контакта a (логического элемента) и сопротивления R величину эквивалентного сопротивления с учетом состояния контакта определим формулой $R_s = \frac{1}{a} R$.

Она соответствует первой схеме в электрических обозначениях рис. 1, в упрощенных обозначениях с прямым и обратным расположением — второй и третьей схеме рис. 1. Последней соответствует выражение $R_s = R \frac{1}{a}$. В тех случаях, когда порядок

включения контакта и сопротивления безразличен, можно пользоваться сокращенной записью вида $R_s = \frac{R}{a}$.

Для этой же схемы эквивалентная проводимость определяется по формуле $\frac{1}{R_s} = \frac{a}{R}$.

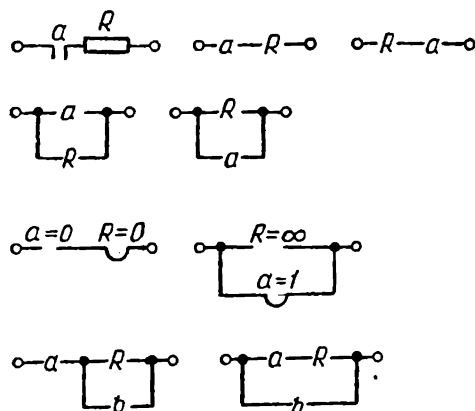


Рис. 1. Соединения контактов и сопротивлений.

Параллельное соединение определим формулами $R_s = \bar{a}R$ или $R_s = Ra$ (четвертая и пятая схема рис. 1). Соответственно для проводимостей имеем:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{\bar{a}R} \quad \text{или} \quad \frac{1}{R_s} = \frac{1}{Ra}.$$

Для логической переменной $a=0,1$ и сопротивления $R=0, R, \infty$ значение эквивалентного сопротивления при последовательном и параллельном сопротивлении можно определить таблицами

$\frac{1}{a} R$	R	0	R	∞
	a	0	∞	∞
	0	∞	∞	∞
	1	0	R	∞

$\bar{a}R$	R	0	R	∞
	a	0	0	∞
	0	0	0	∞
	1	0	0	0

В процессе нахождения этих значений возможны противоречия. В случае, изображенном на шестой схеме рис. 1, при $a=0$, $R=0$, $R_s = \frac{1}{a} R = \infty \cdot 0 = \infty$, а для седьмой схемы рис. 1 при $a=1$, $R=\infty$, $R_s = \bar{a}R = \infty \cdot 0 = 0$. Таким образом, в спорных случаях значения логических переменных преобладают. В сокращенной записи имеют место эти же случаи.

Следует отметить, что в сокращенных записях может нарушаться однозначное соответствие между схемой и записью, приводящее к ошибкам. Например, для последних схем рис. 1 формулы с использованием скобочных форм имеют вид:

$$R_s = \frac{1}{a} (\bar{b}R) \quad \text{и} \quad R_s = \bar{b} \left(\frac{1}{a} R \right).$$

При чрезмерном аналитическом упрощении схемы становятся неразличимыми:

$$R_s = \frac{\bar{b}R}{a}; \quad R_s = \frac{\bar{b}R}{a}.$$

С целью сокращения скобочных форм условимся показывать общим множителем (знаменателем) доминирующий контакт

$$R_s = \frac{\bar{b}R}{a}; \quad R_s = \bar{b} \frac{R}{a}.$$

Правило подстановки. Истинность любой формулы для схем с сопротивлениями и контактами (логическими элементами) не нарушится, если любой контакт a будет заменен контактной схемой A и любое сопротивление r — схемой R , состоящей из сопротивлений с контактами или без них. Правило постулируется. Можно показать его справедливость на примерах.

Так, для последовательного соединения с учетом очевидного коммутативного закона

$$\frac{1}{a} R = R \frac{1}{a}, \quad (1)$$

полагая $a = x \vee y$ и

$$R = \bar{z} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}},$$

вместо (1) получим

$$\frac{1}{x \vee y} \bar{z} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \bar{z} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \cdot \frac{1}{x \vee y}.$$

Эквивалентность этих схем очевидна.

Рассмотрим некоторые законы для гибридных схем.

Ассоциативные законы для последовательного соединения

$$\frac{1}{a} \left(\frac{1}{b} R \right) = \frac{1}{ab} R,$$

для параллельного

$$\bar{a} (\bar{b}R) = \overline{ab}R = (\overline{a \vee b}) R.$$

Дистрибутивные законы при последовательном соединении сопротивлений с контактами

$$\frac{R_1}{a} + \frac{R_2}{b} = \frac{R_1}{ab} + R_2 = \frac{R_1 + R_2}{ab},$$

при параллельном соединении

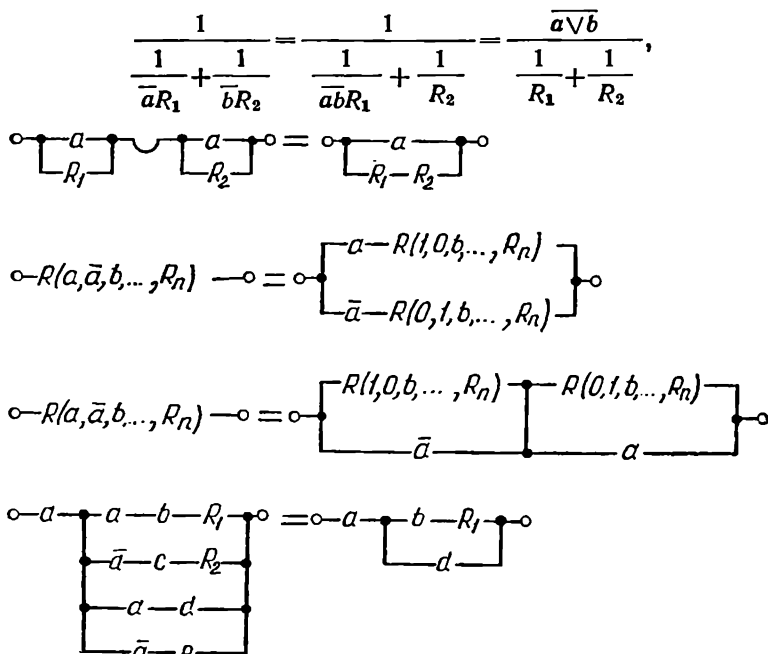


Рис. 2. Схемы к некоторым законам и правилам.

при параллельном соединении сопротивлений с последовательными контактами

$$\frac{1}{\frac{a}{R_1} + \frac{a}{R_2}} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}},$$

при последовательном соединении сопротивлений с параллельными контактами (первая пара схем рис. 2)

$$\overline{a}R_1 + \overline{a}R_2 = \overline{a}(R_1 + R_2).$$

Два последних выражения являются обобщениями законов теории релейных устройств на схемы с сопротивлениями.

Аналогичным образом можно показать справедливость декомпозиции схемы по переключаемым контактам (вынесение контактов одного реле из схемы).

При последовательном включении контактов (вторая пара схем рис. 2)

$$R(a, \bar{a}, b, \dots, R_n) = \frac{1}{\frac{a}{R(1, 0, b, \dots, R_n)} + \frac{\bar{a}}{R(0, 1, b, \dots, R_n)}}, \quad (2a)$$

при параллельном (третья пара схем рис. 2)

$$R(a, \bar{a}, b, \dots, R_n) = aR(1, 0, b, \dots, R_n) + \bar{a}R(0, 1, b, \dots, R_n). \quad (2b)$$

Применяя законы (2) и теории релейных устройств, можно доказать следующее правило упрощения схем.

Для гибридной схемы, содержащей замыкающийся контакт реле, который включен последовательно с частью схемы, имеющей замыкающиеся и размыкающиеся контакты этого же реле, величины эквивалентных сопротивлений не изменятся, если замкнуть накоротко все замыкающиеся контакты и удалить все последовательные цепи с размыкающимися контактами этого реле

$$\frac{1}{a} R(a, \bar{a}, b, \dots, R_n) = \frac{1}{a} (1, 0, b, \dots, R_n). \quad (3)$$

В соответствии с правилом (3),

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\overline{ad\bar{a}e}}{\frac{a\bar{b}}{R_1} + \frac{\bar{a}c}{R_2}} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\overline{1 \cdot d \vee 0 \cdot e}}{\frac{1 \cdot b}{R_1} + \frac{0 \cdot c}{R_2}} = \frac{1}{a} \bar{d} \frac{R_1}{b}.$$

Этому преобразованию соответствует упрощение последней гибридной схемы на рис. 2. Аналогично можно определить правила и для других случаев.

Применение сформулированных правил, законов для гибридных схем и теории релейных устройств позволяет определять аналитически нерелейные параметры схем и осуществлять эквивалентные преобразования с целью минимизации схем.

Покажем использование предлагаемого метода на конкретных примерах.

Пример 1. Определить эквивалентное сопротивление схемы рис. 3, содержащей катушку реле с сопротивлением R_0 . Учитывая прямую цепь с контактом a , эквивалентное сопротивление определим выражением

$$R_{03} = R_0 + \bar{a}r \left(1 + R_0 \frac{1}{R_1} \right).$$

Для второй схемы рис. 3 эквивалентное сопротивление можно определить формулой, полученной из предыдущей применением правил подстановки,

$$R_{03} = R_0 + \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_2}{\frac{b_{11} \vee b_{12}}{r_1} + \frac{b_{21} \vee b_{22}}{r_2}} \left[1 + R_0 \left(\frac{c_{11} \vee c_{12}}{R_1} + \frac{c_{21} \vee c_{22}}{R_2} \right) \right].$$

Эквивалентная проводимость в сопротивлениях для этой схемы определится выражением

$$\frac{1}{R_{0э}} = \frac{1}{R_0} \left(1 - \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_2}{1 + \frac{\frac{b_{11} \vee b_{12} + b_{21} \vee b_{22}}{r_1 + r_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{c_{11} \vee c_{12}}{R_1} + \frac{c_{21} \vee c_{22}}{R_2}} \right).$$

В общем случае при k прямых цепях, l последовательных и m параллельных сопротивлениях, каждое из которых управ-

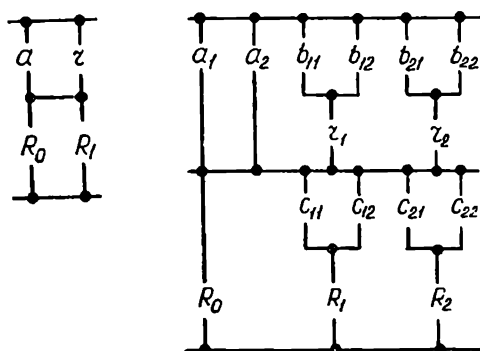


Рис. 3. Включение реле R_0 в схемы с сопротивлениями и контактами.

ляется n_i или N_i контактами, эквивалентное сопротивление определится выражением

$$R_{0э} = R_0 + \frac{\prod_{i=1}^k \bar{a}_i}{\sum_{i=1}^l \frac{1}{r_i} \bigvee_{j=1}^{n_i} b_{ij}} \left(1 + R_0 \sum_{i=1}^m \frac{1}{R_i} \bigvee_{j=1}^{N_i} c_{ij} \right).$$

Аналогичная формула в проводимостях использована в [5] для определения токов реле в процессе временного анализа [4, 5] релейных схем.

Рассмотренная алгебра не является алгеброй активных сопротивлений и контактов. Эти сопротивления — одна из моделей бесконечно-значного элемента. Приведенные формулы применимы к любым сопротивлениям и проводимостям, напряжениям и токам.

Пример 2. Определить напряжение u_0 в аналоговой модели асинхронного двигателя с тиристорным управлением. При работе

двигателя с заземленной нейтралью u_0 определяется по 8 уравнениям при следующих условиях:

1) разомкнута фаза a ; $u_0 = \frac{1}{2}(u_a^* + u_b + u_c)$; 2) разомкнута фаза b ; $u_0 = \frac{1}{2}(u_a + u_b^* + u_c)$; 3) разомкнута фаза c ; $u_0 = \frac{1}{2}(u_a + u_b + u_c^*)$; 4) разомкнуты фазы a, b ; $u_0 = u_a^* + u_b^* + u_c$; 5) разомкнуты фазы b, c ; $u_0 = u_a + u_b^* + u_c^*$; 6) разомкнуты фазы a, c ; $u_0 = u_a^* + u_b + u_c^*$; 7) разомкнуты фазы a, b, c ; $u_0 = 0$; 8) замкнуты фазы a, b, c ; $u_0 = \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c)$.

Здесь a, b и c — состояние включения фаз; u_a, u_b и u_c — фазовые мгновенные напряжения; $u_i^* = k_r \frac{d\Psi_{ri}}{dt}$; k_r — коэффициент влияния (Ψ_{ri} — потокосцепление ротора). Приведенные уравнения можно заменить одним

$$u_0 = \frac{a \vee b \vee c}{a + b + c} (au_a + \bar{a}u_a^* + bu_b + \bar{b}u_b^* + cu_c + \bar{c}u_c^*). \quad (4)$$

Эта формула схемно не интерпретируется, так как сумма логических переменных бессмысленна, и при $a=b=c=0$ значение $0/0$ неопределено. Уравнение операционного усилителя аналоговой машины в режиме сложения имеет вид:

$$u_{\text{вых}} = - \sum_{i=1}^n \frac{R_0}{R_{1i}} u_{1i} = - \left(\sum_{i=1}^n \frac{u_{1i}}{R_{1i}} \right) R_0, \quad (5)$$

где R_0 — сопротивление обратной связи; u_{1i}, R_{1i} — входные напряжения и сопротивления.

В (5) сумма токов умножается на R_0 . Приведа (4) к виду (5) при всех равных входных сопротивлениях $R_{1i} = R_1 = R_0 = 1$ мгом, получим

$$u_0 = \frac{\frac{-u_a}{R_1} a + \frac{-u_a^*}{R_1} \bar{a} + \frac{-u_b}{R_1} b + \frac{-u_b^*}{R_1} \bar{b} + \frac{-u_c}{R_1} c + \frac{-u_c^*}{R_1} \bar{c}}{\frac{a}{R_0} + \frac{b}{R_0} + \frac{c}{R_0}} (a \vee b \vee c). \quad (6)$$

В этой формуле токи суммируются как проводимости. Сумме соответствует параллельное соединение. Аналогично в знаменателе суммируются проводимости обратной связи. Входные цепи соединены последовательно с цепями обратной связи, как во второй схеме рис. 3. Формуле (6) соответствует первая схема рис. 4.

Для исключения возможности размыкания обратной связи усилителя контакты $(a \vee b \vee c)$ на выходе надо заменить $\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}$

в обратной связи. Напряжения u_i и u_i^* никогда не совпадают во времени, поэтому их входные сопротивления можно объединить..

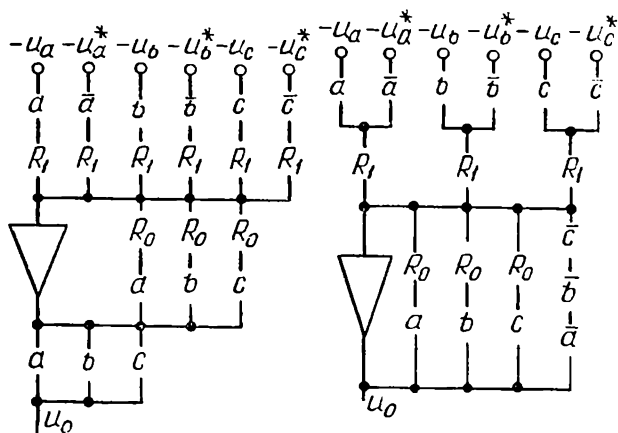


Рис. 4. Схемы моделирования асинхронного двигателя с тиристорным управлением.

При этом уравнение (6) примет вид:

$$u_0 = \frac{\frac{-u_a a - u_a^* \bar{a}}{R_1} + \frac{-u_b b - u_b^* \bar{b}}{R_1} + \frac{-u_c c - u_c^* \bar{c}}{R_1}}{\frac{a}{R_0} + \frac{b}{R_0} + \frac{c}{R_0}}. \quad (7)$$

$$a \vee b \vee c = \overline{\overline{a \wedge b \wedge c}}.$$

Здесь $a \vee b \vee c = \overline{\overline{a \wedge b \wedge c}}$. Формуле соответствует вторая схема рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Шестаков. Алгебра двухполюсных схем, построенных исключительно из двухполюсников. «Автоматика и телемеханика», 1941, № 2.
2. В. И. Шестаков. Моделирование операций исчисления высказываний посредством релейно-контактных схем. Сб. «Логические исследования». М., «Наука», 1959.
3. В. Н. Рогинский. Построение релейных схем управления. М., «Энергия», 1964.
4. Г. М. Проскурин. Численный метод временного анализа асинхронных автоматов. Сб. «Вопросы теории электронных цифровых математических машин», вып. 8. Киев, «Наукова думка», 1965.
5. Г. М. Проскурин. Аналитический метод временного анализа релейных устройств. Канд. диссертация. Свердловск, УПИ им. С. М. Кирова, 1964.
6. М. П. Обуховский. Динамика асинхронного бесконтактного электропривода с тиристорным коммутатором. Канд. диссертация. Одесса, Одесский политехнический институт, 1968.